

Colle du 03/12 - Sujet 1
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans R**Question de cours.**

1. Enoncer le principe de superposition à l'ordre 2.
2. Déterminer l'ensemble des solutions de $(E) : \forall x \in \mathbb{R}_+^*, x^2 y''(x) + 7xy'(x) + 9y(x) = 0$.

Exercice 1. Soit $m \in \mathbb{R}$. Suivant les valeurs de m , déterminer l'ensemble solution de l'équation suivante d'inconnue $x \in \mathbb{R}$,

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m.$$

Exercice 2. Soit $I =]0; \frac{\pi}{2}[$. On pose

$$(E) : \sin(x)y'' + \cos(x)y' + 2\sin(x)y = 0.$$

1. Résoudre sur I , $(F) : \cos(x)\sin(x)y' + (\cos^2(x) - 2\sin^2(x))y = 0$.
2. Montrer que $\varphi = \cos$ est une solution de (E) .
3. Soit y une fonction deux fois dérivable. On pose $z = y/z$. Montrer que y est solution de (E) si et seulement si z est solution d'une équation que l'on précisera.
4. Montrer que

$$\forall x \in I, \quad \frac{1}{\cos^2(x)\sin(x)} = \frac{\cos(\frac{x}{2})}{2\sin(\frac{x}{2})} + \frac{\sin(\frac{x}{2})}{2\cos(\frac{x}{2})} + \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}.$$

5. Conclure en donnant l'ensemble des solutions de (E) .

Colle du 03/12 - Sujet 2
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans R**Question de cours.**

1. Donner la définition de la borne supérieure, de la borne inférieure.
2. Déterminer l'ensemble des solutions de $(I) : |x+2| + |3x-1| \leq 4$.

Exercice 1. Résoudre $(E) : y'' - 5y' + 6y = (2x^2 - 4x + 1)e^x$.

Exercice 2.

1. Montrer que pour tout $(x, y) \in (\mathbb{R}_+)^2$, $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{x+y}$.
2. En déduire que pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $|\sqrt{|x|} - \sqrt{|y|}| \leq \sqrt{|x-y|}$.

Colle du 03/12 - Sujet 3
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans $\mathbb{R}$

Question de cours.

1. Enoncer la définition et propriété d'un problème de Cauchy à l'ordre 2.
2. Déterminer une solution de l'équation $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, y''(t) - 4y'(t) + 3y(t) = (2t + 1)e^t$.

Exercice 1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$.

Exercice 2. Résoudre sur $I =]-1; 1[$ l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad (1 - x^2)^2 y''(x) - xy'(x) - 2y(x) = 0.$$

On pourra poser $t = \arcsin(x)$.
